Resta da mostrare che $\forall$ GNFA G, CONVERT(G) è equivalente a G.

Per induzione sul numero di stati k in G:

- CASO BASE ($k=2$). G ha solo due stati, l'etichetta r descrive tutte le stringhe che fanno accettare G.

- CASO INDUTTIVO. Assumo vero per $k-1$ stati e mostro che è vero per k stati.

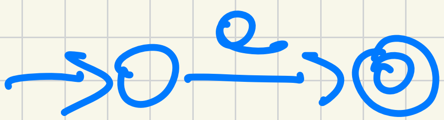
In primis mostriamo che G e G' riconoscono lo stesso linguaggio.

(i) Se G accetta w, allora $\exists$ ramo di

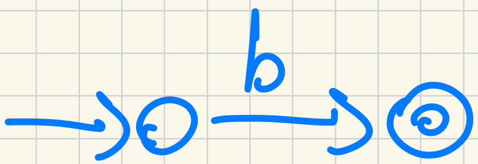
computazione t.c. G entra nella sequenza di stati $q_{start}, q_1, \dots, q_{acc}$.
Se q_{rip} non è tra questi stati è certamente vero che G' accetta w. D'altra parte se q_{rip} è presente cambiano gli stati di G'.
Tuttavia gli stati q_i e q_j adiacenti allo stato rimosso sono uniti da una nuova espressione regolare che raccoglie tutte le stringhe per passare da q_i a q_j passando per q_{rip}.
(ii) Se G' accetta w anche G accetta w.
Questo perché per ogni coppia di stati $q_i\, q_j$

abbiamo aggiornato le etichette tenendo conto delle transizioni che portano q_i a q_j passando per q_{rip}, quindi anche G accetta w.
Per induzione G' ha $k-1$ stati e quindi l'asserto è vero. ■

ESEMPI: Trasformare un NFA $(ab \cup a)^*$

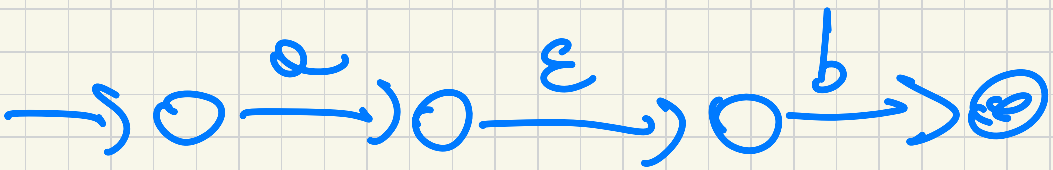


(a)

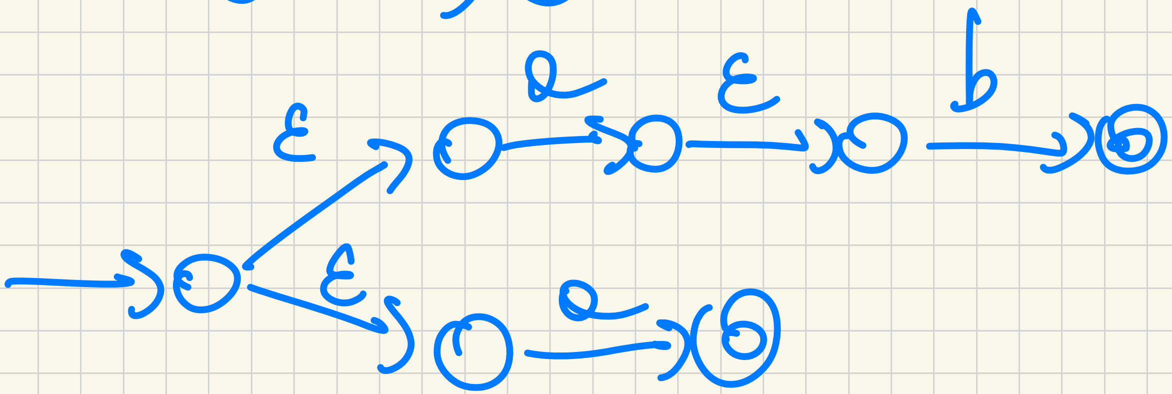


(b)

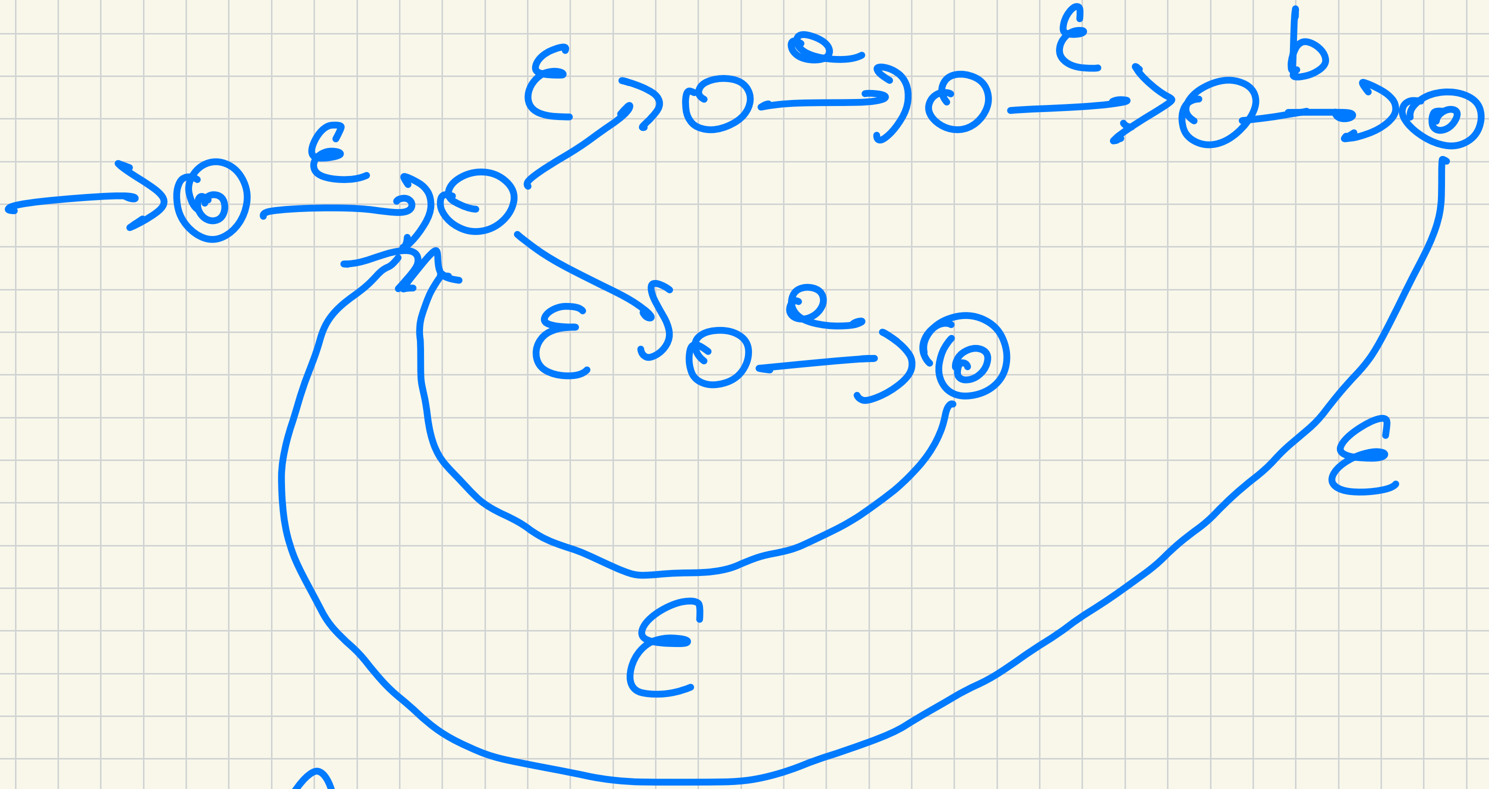
(ab)



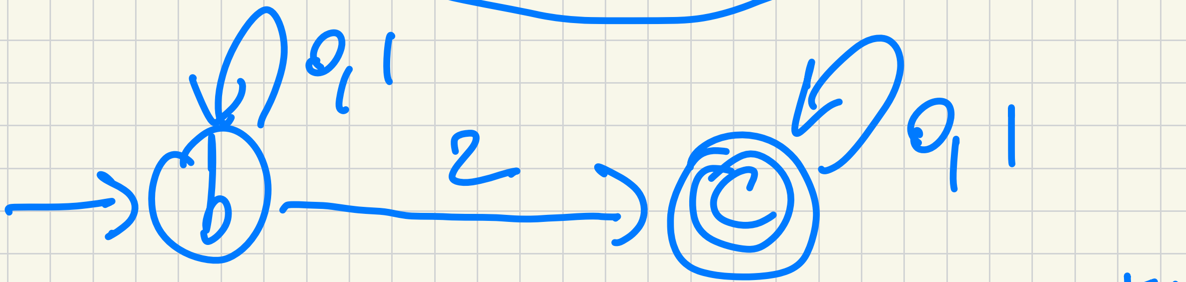
$(ab \cup a)$



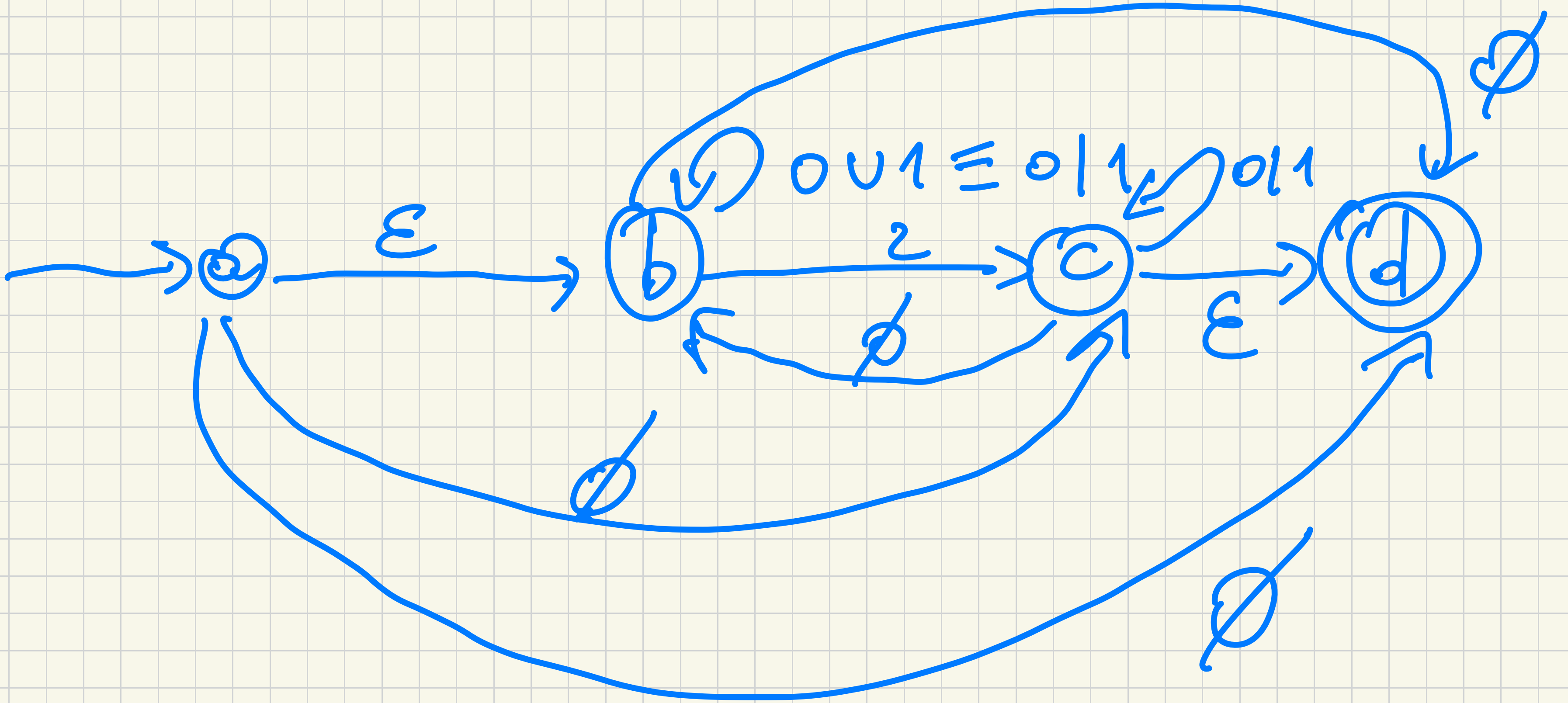
$(ab \cup a)^*$



Esempio:



$(0 \cup 1)^* \, 2 \, (0 \cup 1)^*$

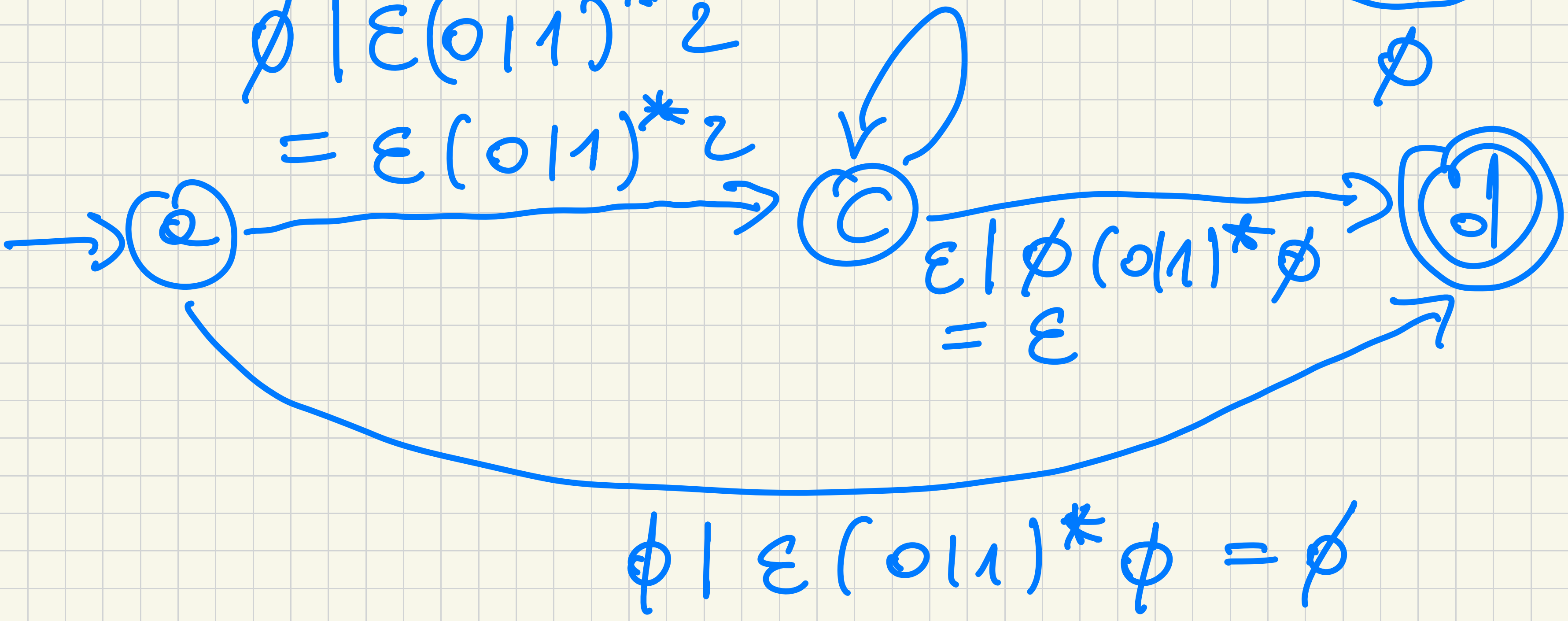


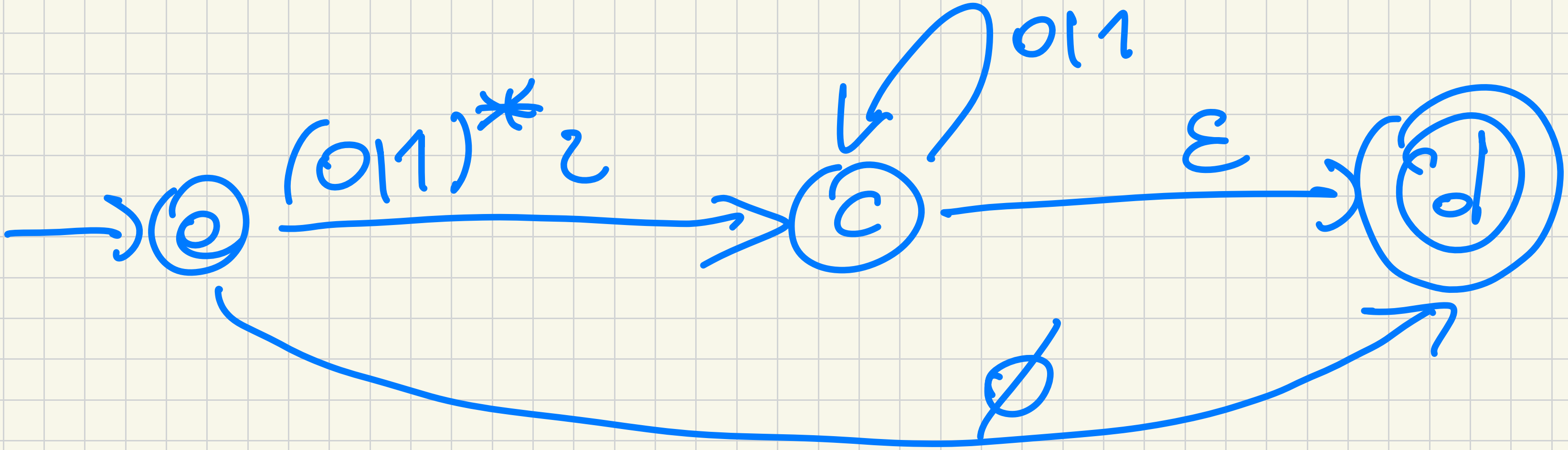
GNFA

CANONICO

RIMUOVO b

$$(0|1) \mid \underbrace{\emptyset(0|1)^* 2}_{\emptyset} = 0|1$$





Rimuovo c

$$\rightarrow 0 \xrightarrow{\emptyset \mid (0|1)^* 2 (0|1)^* \varepsilon} d$$

$$= (0 \cup 1)^* 2 (0 \cup 1)^*$$

PUMPING LEMMA

Domanda: Tutti i linguaggi sono regolari?
No. Ad es:

$$L = \{0^n 1^n : n \geq 0\}$$

Se ho un DFA D con # stati $= n$, osserviamo che su input w con $|w| > n$ ci saranno stati ripetuti.

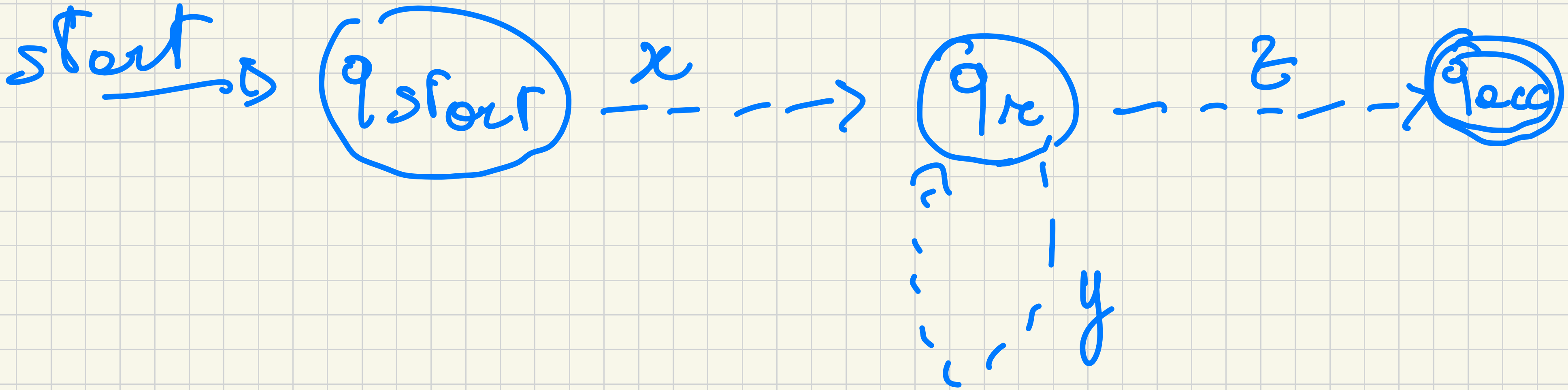
TEO (PUMPING LEMMA) Se L un linguaggio regolare (ovvero $\exists$ DFA D : $L(D) = L$).
Esiste p tale che se $w \in L(D)$ con $|w| \geq p$

allora $w = xyz$ dove:

(i) $\forall i \geq 0$, $xy^iz \in L(D)$

(ii) $|y| > 0$

(iii) $|xy| \leq p$



DIM. Sia $D = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$ l'automa.
Definiamo $p = \#$ stati. Consideriamo:

$$w = w_1 w_2 \dots w_n \quad , \; n \geq p$$

Siano $r_1, \dots, r_{n+1}$ la sequenza di stati che D attraversa su input w.

$$\Rightarrow \delta(r_i, w_i) = r_{i+1}$$

La sequenza è lunga $n+1 \geq p+1$, ovvero tra i primi $p+1$ elementi ho uno stato ripetuto. Sia la prima occorrenza r_j e la seconda r_l. Siccome la ripetizione ovvero fra le prime $p+1$ posizioni: $\ell \leq p+1$.

Sia $x = w_1 \cdots w_{j-1}$, $y = w_j \cdots w_{\ell-1}$, $z = w_\ell \cdots w_n$.

(i) $xy^iz \in L(D)$. Perché x porta D da $r_1 = q_1$ a r_j; y^i porta D da r_j a r_j; z porta D da r_j a $r_{n+1} \in F$.

Sappiamo $j \neq \ell$, $|y| > 0$ (ii).

Infine $\ell \leq p+1$, ovvero $\ell - 1 = |xy| \leq p$ (iii) $\blacksquare$