Per prima cosa, definiamo gli stati:

$$Q_D = \{ q_\emptyset, q_{\{1\}}, q_{\{2\}}, q_{\{3\}}, q_{\{1,2\}}, q_{\{1,3\}}, q_{\{2,3\}}, q_{\{1,2,3\}} \}$$

$$q_0^D = E(\{q_1\}) = q_{\{1,3\}}.$$

$$F_D = \{ q_{\{1\}}, q_{\{1,2\}}, q_{\{1,3\}}, q_{\{1,2,3\}} \}.$$

Rimane da definire la δ_D:

- Nello stato q_2, avremo:

$$\delta_D(q_{\{2\}}, a) = q_{\{1,3\}}$$

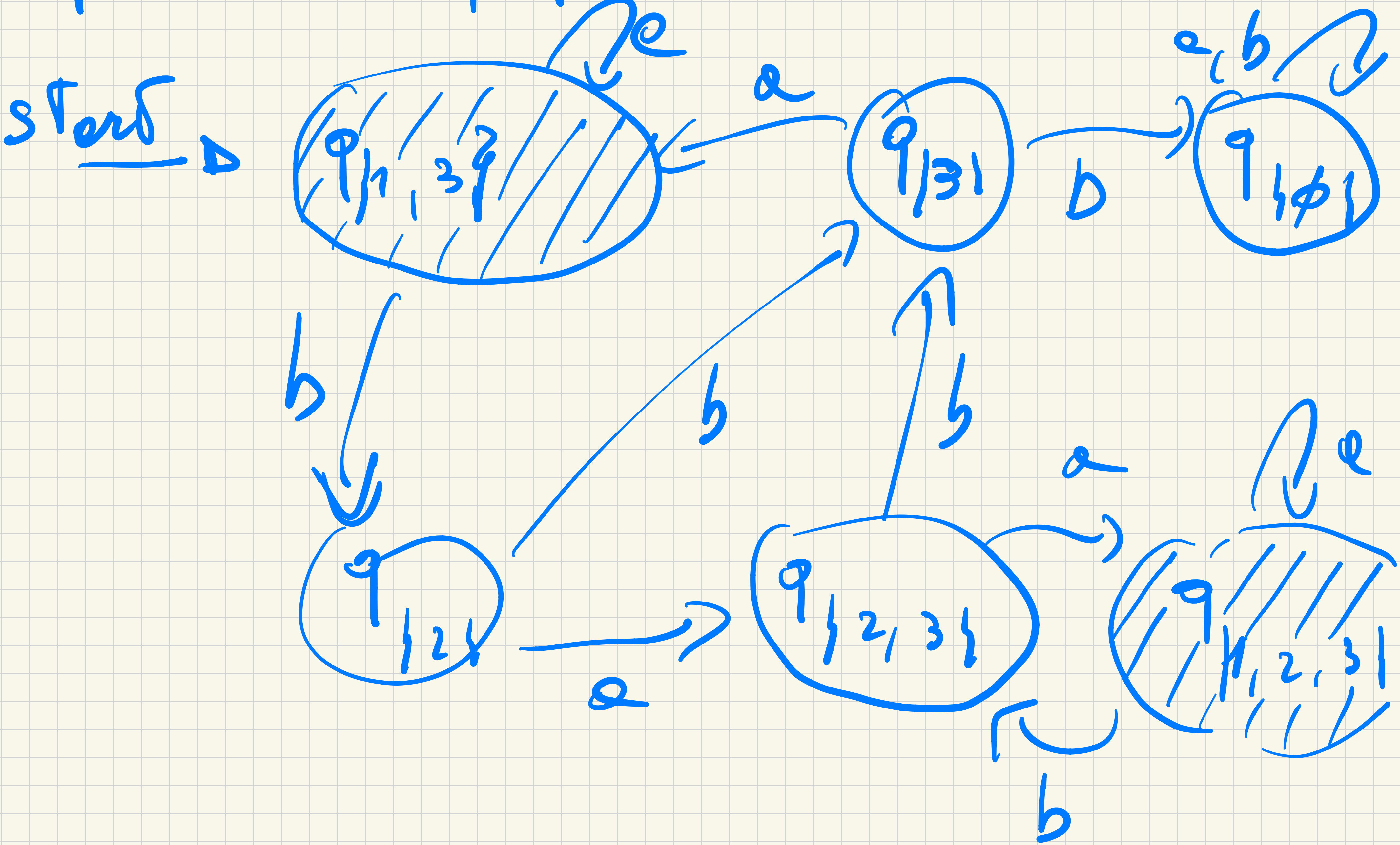
$$\delta_D(q_{\{2\}}, b) = q_{\{3\}}$$

- Nello stato q_3:

$$\delta(q_{\{3\}}, a) = q_{\{1,3\}}$$

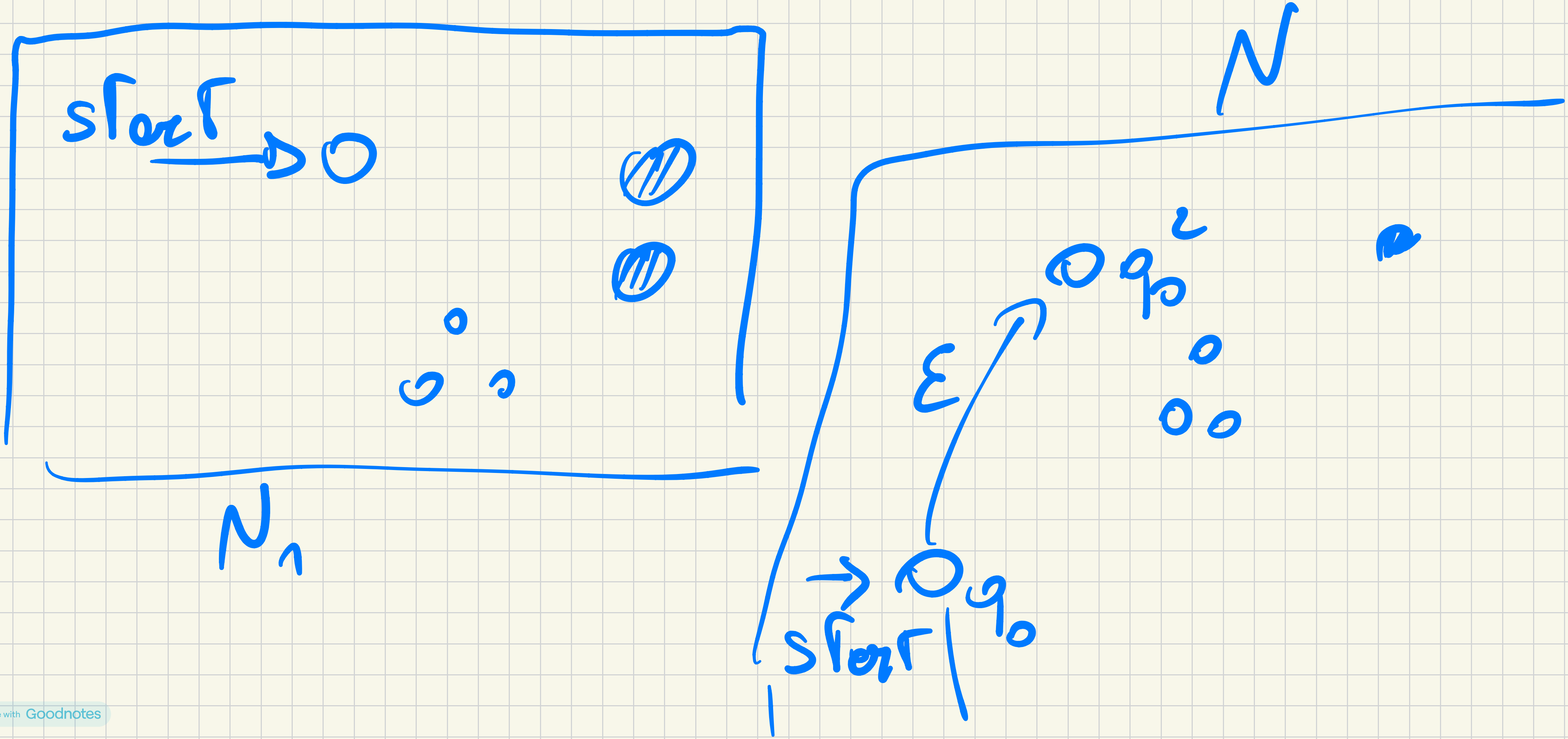
$$\delta(q_{\{3\}}, b) = q_{\{\emptyset\}}$$

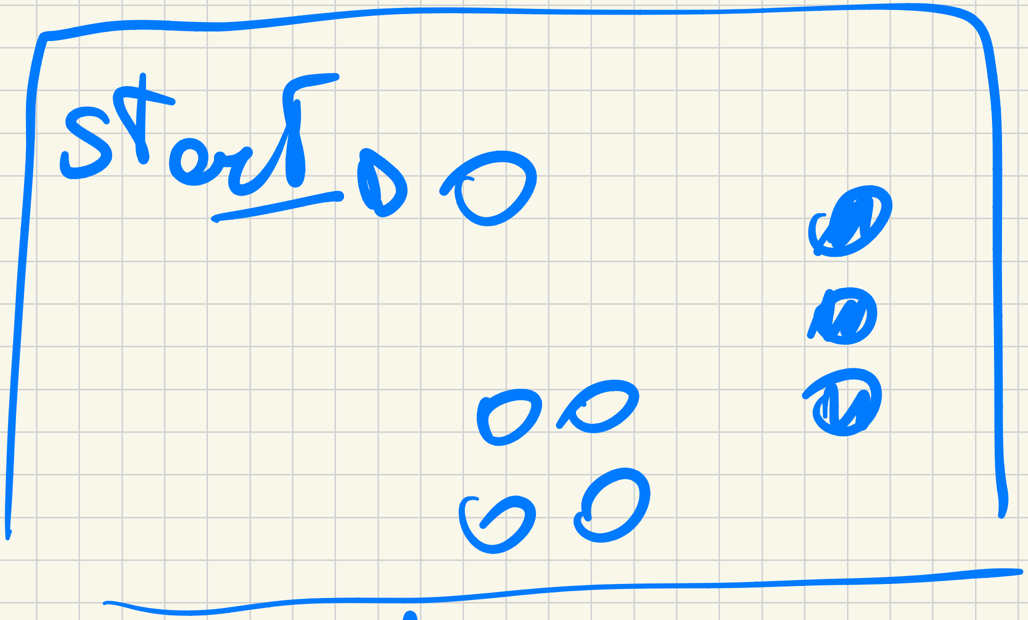
Dopo aver semplificato :



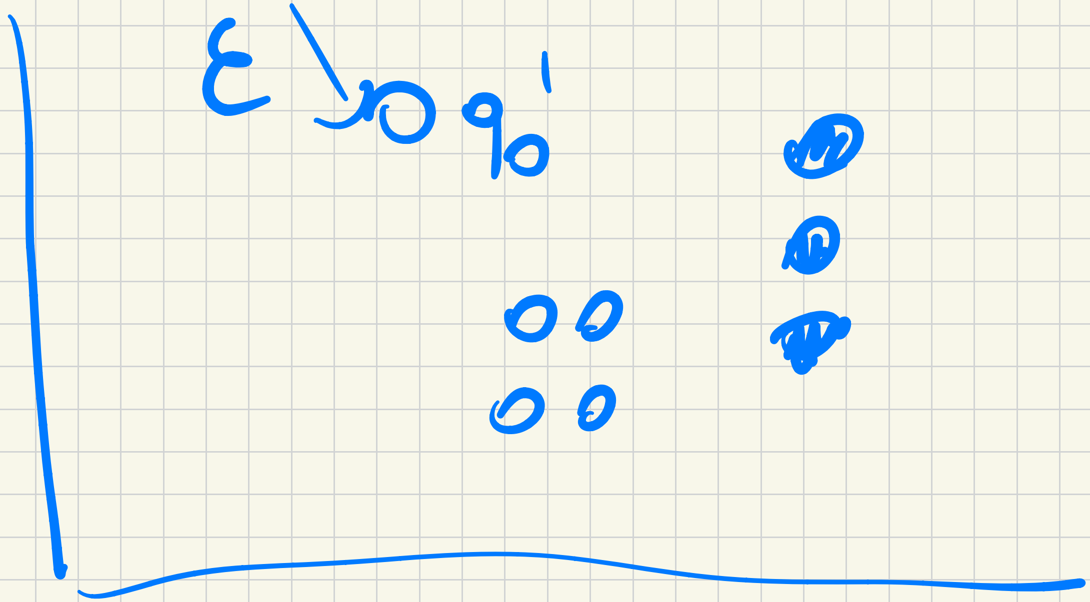
A questo punto usiamo il potere degli NFA per completare teorema di chiusura per linguaggi regolari.

Unione:





N_2

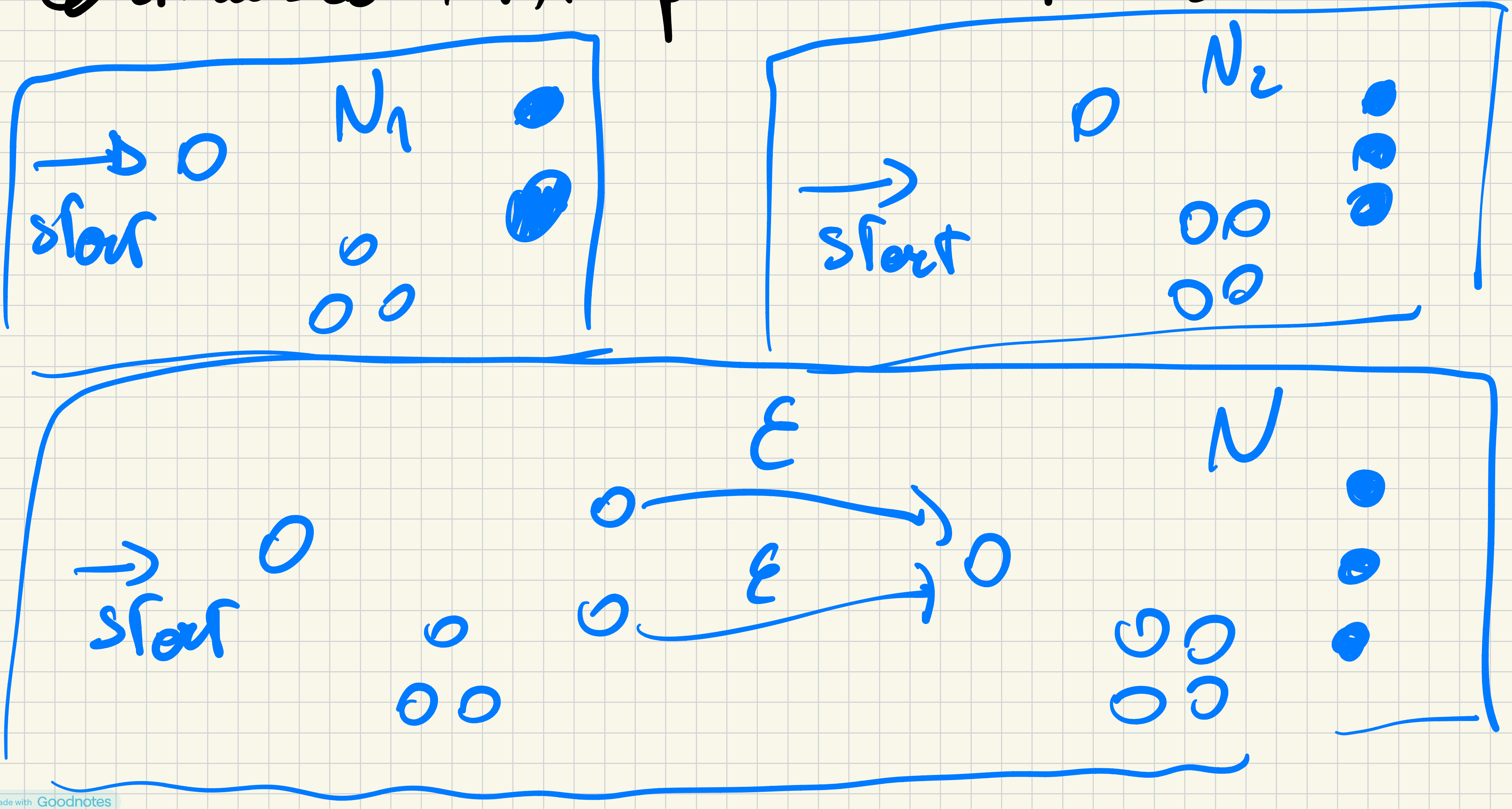


- $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$
- $F = F_1 \cup F_2$
- $\forall\ q \in Q,\ e \in \Sigma_\varepsilon$

$$\delta(q,e) = \begin{cases} \delta_1(q,e), & q \in Q_1 \\ \delta_2(q,e), & q \in Q_2 \\ \{q_0^1, q_0^2\}, & q = q_0,\ e = \varepsilon \\ \emptyset, & q = q_0,\ e \neq \varepsilon \end{cases}$$

TEO REG è chiuso per "$\circ$".

DIM. Dati NFA N_1, N_2 per L_1, L_2 costruisco NFA per $L = L_1 \circ L_2$.



Formalmente: $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

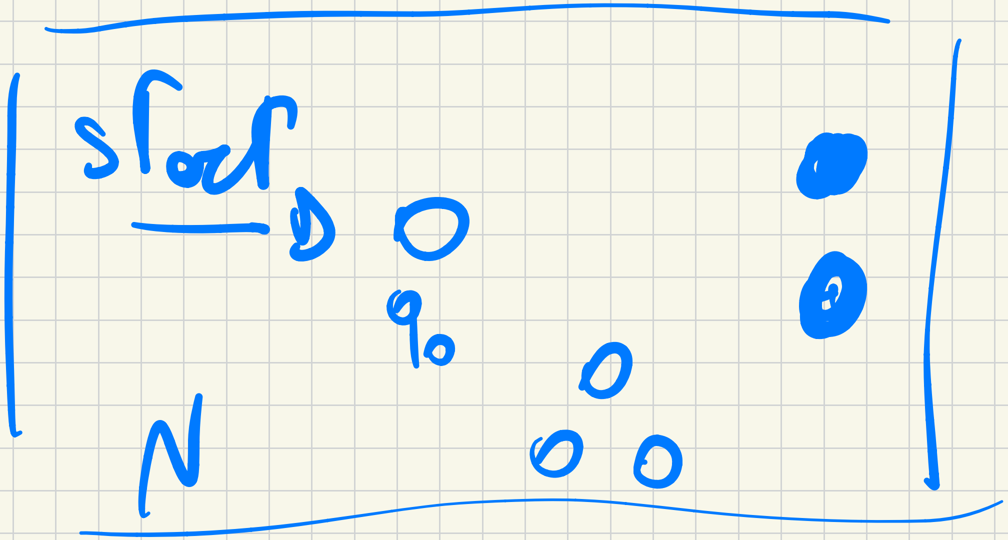
- $q_0 = q_0^1$
- $Q = Q_1 \cup Q_2$
- $F = F_2$
- $\forall\, q \in Q, \ \forall\, a \in \Sigma_\varepsilon$:

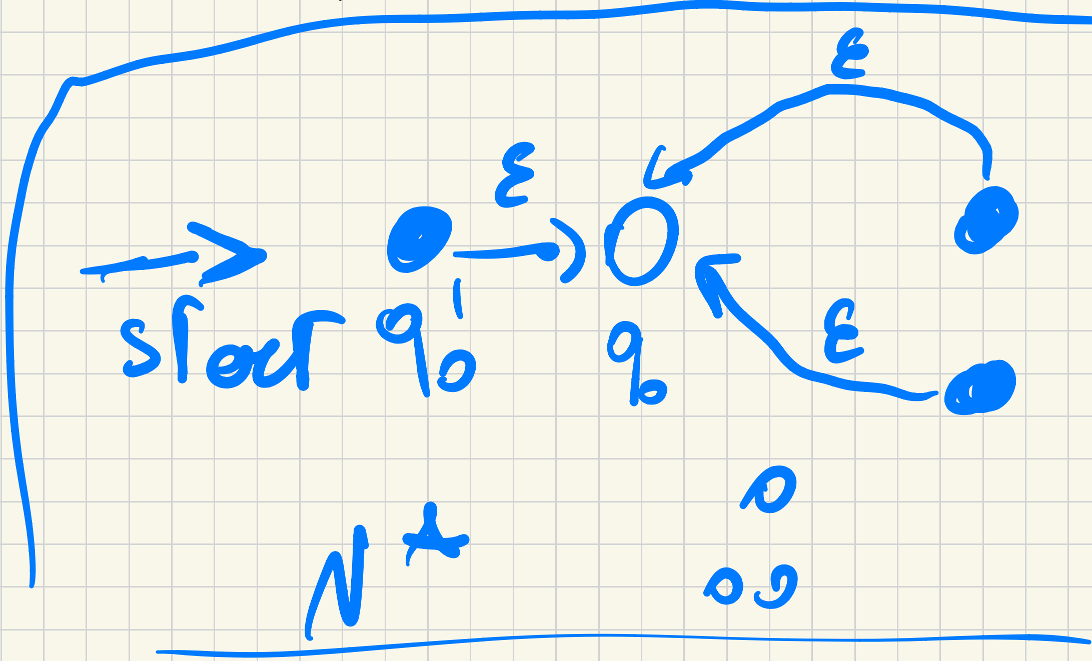
$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & q \in Q_1, q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a) & q \in F_1, a \neq \varepsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_0^2\} & q \in F_1, a = \varepsilon \end{cases}$$

$$\Big|\ \delta_2(q_1, a) \qquad q \in Q_2 \qquad \blacksquare$$

TEO. REG è chiuso rispetto a "$*$".

DIM. Dato NFA N t.c. $L(N) = L$ devo costruire NFA N^* t.c. $L(N^*) = L^*$.





$$L = \{ a, ab, ba \}$$

$$L^2 = \{ aa, aab, aba, abab, \dots$$

$$L^3, L^4, \dots \qquad L^* = \bigcup_{k=0} L^k$$

Formalmente: $N^* = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$

- q_0' è NUOVO STATO INIZIALE.
- $F' = F \cup \{ q_0' \}$; $Q' = Q \cup \{ q_0' \}$

$- \quad \forall q \in Q', \forall e \in \Sigma_\varepsilon :$

$$\delta(q,e) = \begin{cases} \delta(q,e) & q \in Q,\ q \notin F \\ \delta(q,e) & q \in F,\ e \neq \varepsilon \\ \delta(q,e) \cup \{q_e\} & q \in F,\ e = \varepsilon \\ \{q_0\} & q = q_0',\ e = \varepsilon \\ \emptyset & q = q_0',\ e \neq \varepsilon \end{cases}$$

$N = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ $\blacksquare$

ESPRESSIONI REGOLARI

Come le espressioni algebriche, ma definiscono linguaggi su un certo alfabeto.

Es: $(0 \cup 1)0^*$

Introdotte da Kleene nel '50.

Es: $(0 \cup 1)0^*$. $(0 \cup 1) \equiv \{0\} \cup \{1\}$

$\equiv \{0, 1\}$

$0^* \equiv \{0\}^*$

$(0 \cup 1)0^* \equiv \{0, 1\} \circ \{0\}^*$

DEF (ESPRESSIONE REGOLARE). Sia Σ alfabeto. Espressione regolare su Σ (n.e. $re(\Sigma)$) è definita ricorsivamente:

CASO BASE:

$$\begin{cases} \emptyset \in re(\Sigma) \\ \varepsilon \in re(\Sigma) \\ a \in re(\Sigma), \quad a \in \Sigma \end{cases}$$

CASO INDUTTIVO:

$$\begin{cases} R_1 \cup R_2 & R_1, R_2 \in re(\Sigma) \\ R_1 \circ R_2 & R_1, R_2 \in re(\Sigma) \\ (R_1)^* & R_1 \in re(\Sigma) \end{cases}$$

Ogni espressione regolare ha associato un linguaggio $L(r)$ t.c. $r \in re(\Sigma)$.

CASO BASE:

$$\begin{cases} L(r) = \emptyset, & r = \emptyset \\ L(r) = \{\varepsilon\}, & r = \varepsilon \\ L(r) = \{a\}, & r = a \end{cases}$$

CASO INDUTTIVO:

$$\begin{cases} L(r) = L(R_1) \cup L(R_2) & \text{se } r = R_1 \cup R_2 \\ L(r) = L(R_1) \circ L(R_2) & \text{se } r = R_1 \circ R_2 \end{cases}$$

$L(r) = (L(R_1))^*$ se $r = R_1^*$

Esempio: $\Sigma = \{0, 1\}$

- $0^* 1 0^* = \{w : w$ contiene esattamente un "1"$\}$
- $\Sigma^* 1 \Sigma^* = \{w : w$ contiene ≥ 1 "1"$\}$
- $\Sigma^* 001 \Sigma^* = \{w : w$ " "001" come sottostringa$\}$

- $(0 \cup 1000)^*$: ogni occorrenza di "1" è seguita da "000".

TEO Un linguaggio è regolare sse esiste una espressione regolare che lo descrive:

$$REG \equiv L(re).$$