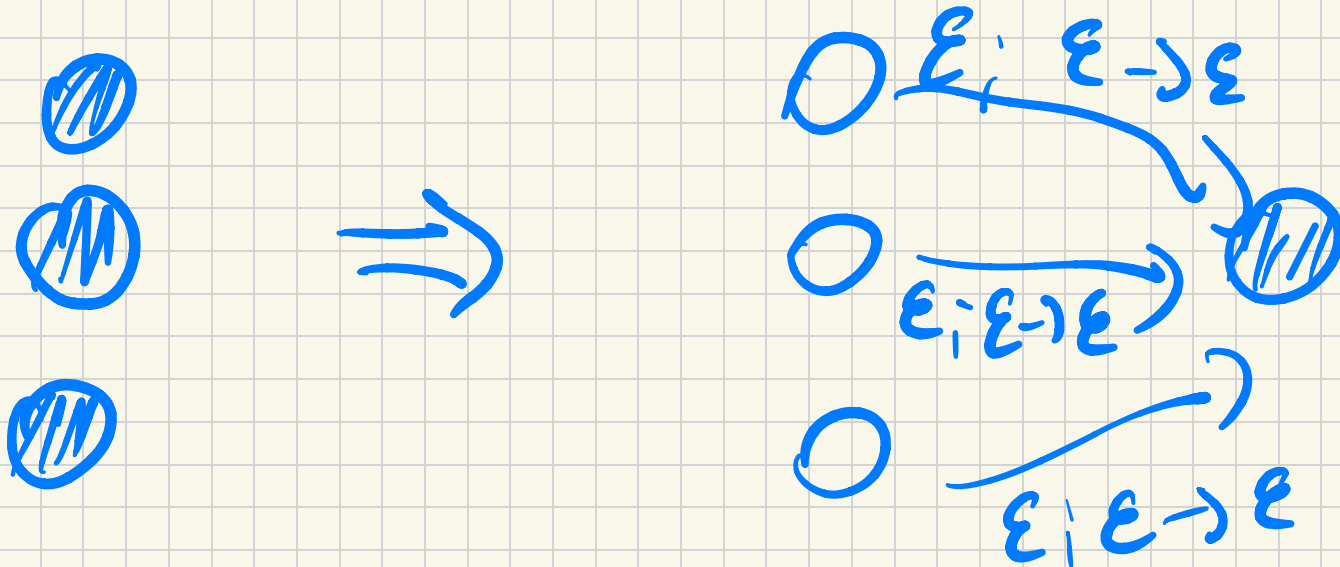


LEMMA Se L è riconosciuto da PDA M , allora L è contesto libero.

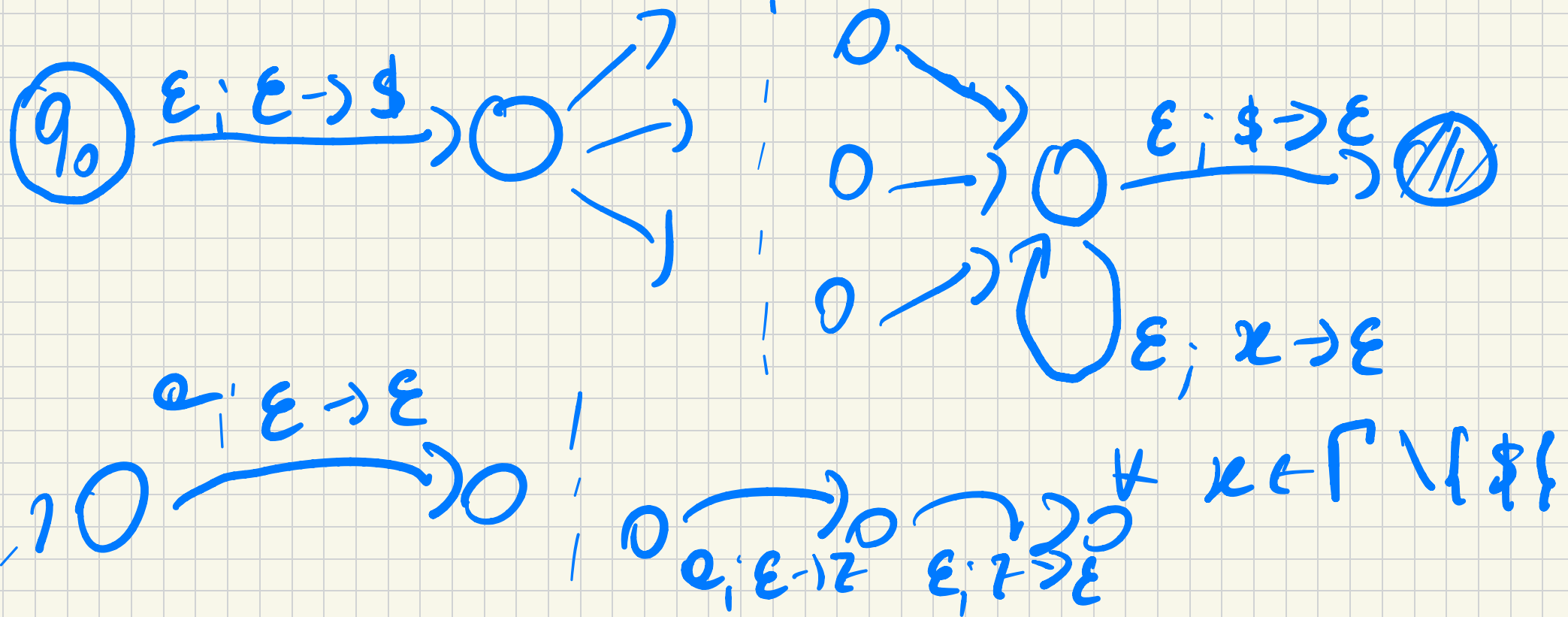
Intenzione: Dev. Tradurre il nuovo PDA in una grammatica equivalente.

Wlog. il PDA:

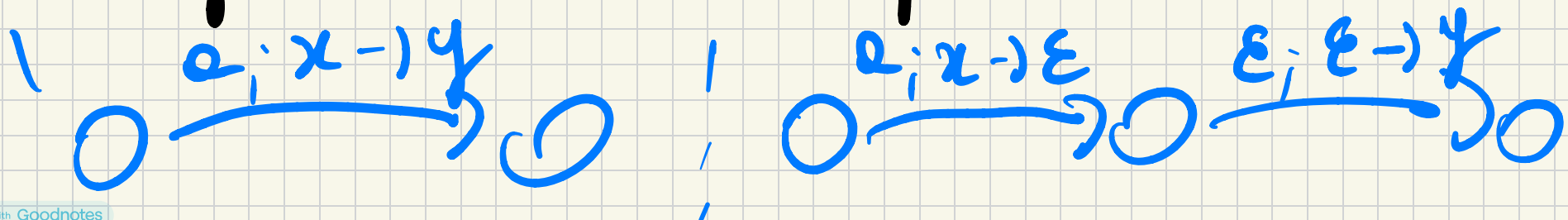
- ha solo stato accettore



- Syntactic stack prime acceptance.



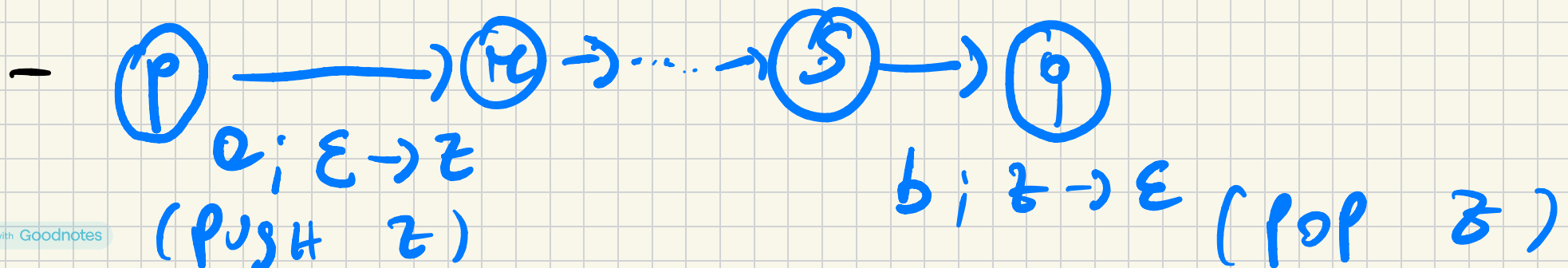
- Open from where for pop & push:



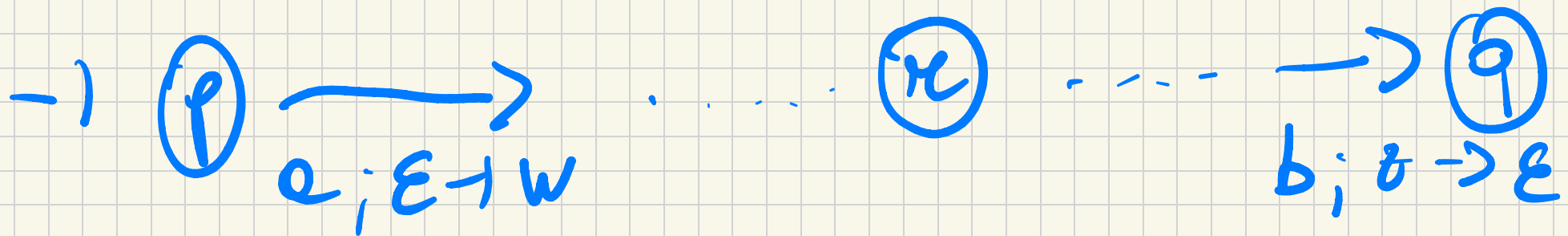
Osservazione: la grammatica deve generare tutte le stringhe che perfino Π o q_0 e q_{acc} con pile vuote.

Idea: per ogni $p, q \in Q$ definisco $A_{pq} \in V$. Le regole? Codifichiamo $\rightarrow$ modo in cui Π può passare da p a q .

Ci saranno due cas:

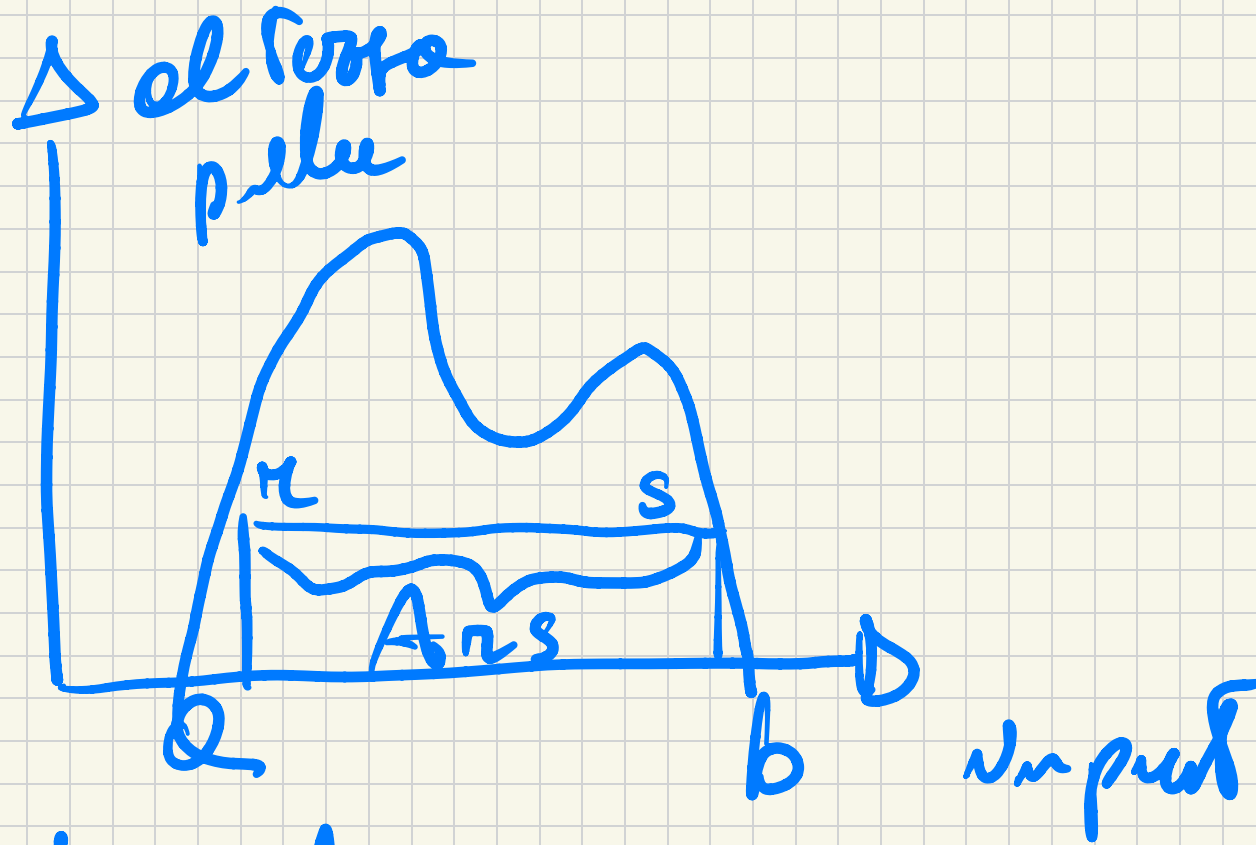


$$A_{pq} \rightarrow a A_{rs} b$$



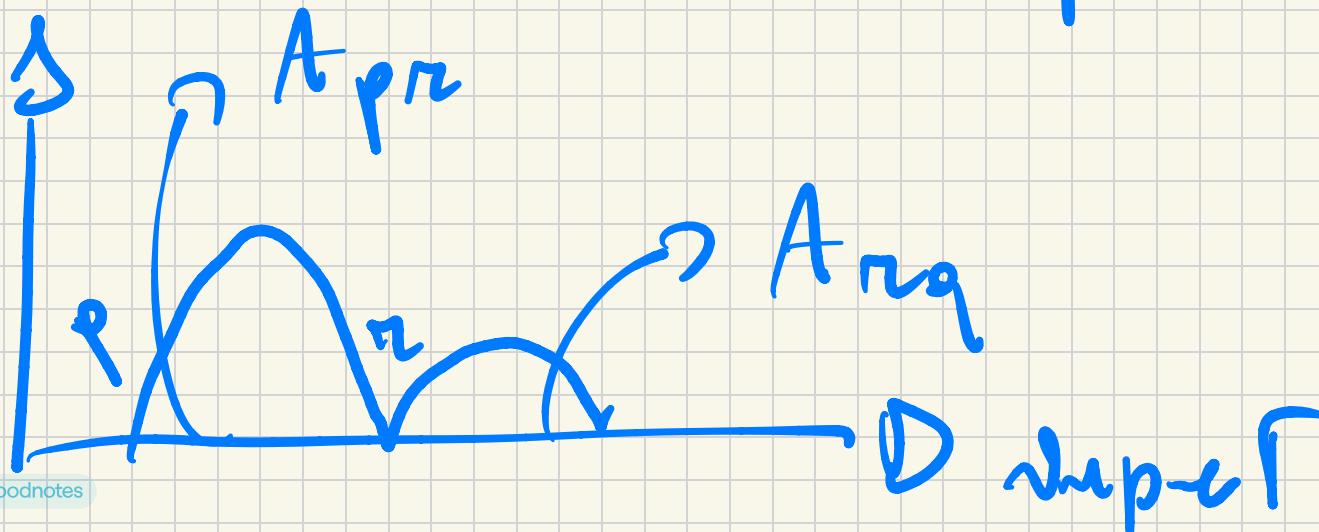
$$A_{pq} \rightarrow A_{pr} A_{rq}$$

Se guardiamo l'altitudine della pila:



Il valore p è
sempre un valore
che $p \approx p$
senza fare nulla.

$$A_{pp} \rightarrow \varepsilon.$$



Dim. F.e. macchina gest. ecc.

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \{acc\})$$

è espressa in nella forma di sopra.

La grammatica: $\hookrightarrow$ ha $V = \{A_{pq} :$

$p, q \in Q\}$ ed $S = A_{q_0 acc}$.

Le regole:

- $\forall p, q, r, s \in Q, u \in \Gamma, a, b \in \Sigma_\epsilon$
se $(r, u) \in \delta(p, a, \epsilon)$

$$e \quad (q, \varepsilon) \in S(s, b, u)$$

$$\Rightarrow A_{pq} \rightarrow e \quad A_{r, b}$$

$$- \quad \forall p, q \in Q, \quad A_{pq} \rightarrow A_{pr} \quad A_{rq}$$

$$- \quad \forall p \in Q, \quad A_{pp} \rightarrow \varepsilon$$

AFE.1) Se A_{pq} genera x , allora
 a parte M da p a q con pile vuote.
 $(\forall p, q \in Q)$

AFF. 2) Se x porta M da p a q
con proba vuota allora A_{pq} genera x .

$\Rightarrow w \in L(M)$ sse $S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$

↳ M su input w passa da
 q_0 a q_{acc} con proba vuota.

Sse $S = A_{q_0 q_{acc}} \stackrel{*}{\Rightarrow} w$.

1) Per mostrare su # passi per
derivare α da A, p, q .

- Base: # 1 passo. L'unica regola
possibile per derivare α da 1 passo

$\varepsilon \vdash A, p \rightarrow \varepsilon$. Ovviamente ε porta
il da p a p con poche variazioni.

- Passo induttivo: Sia vero per
 $\# \text{ passi} \leq k$, $k \geq 1$. Assumo

$A_{pq} \stackrel{*}{\Rightarrow} x$ un $k+1$ passo. La

prima soluzione è (i) $A_{pq} \rightarrow e A_{rs} b$

oppure (ii) $A_{pq} \rightarrow A_{pr} A_{rq}$

(ii) $x = e y b$ e $A_{rs} \stackrel{*}{\Rightarrow} y$ un

k passo $\Rightarrow$ M può andare da r

ad s con p ke v no l e. Inoltre

$(r, u) \in \delta(p, e, e)$

$(q, e) \in \delta(s, b, u)$

$\Rightarrow$ M include un p con parte vuota;
 legge a e e inserisce u nella parte;
 parte che $\pi \rightarrow S$ serve molto poco
 la parte; poi fa pop su u e ottiene
 un q con parte vuota.

$$\begin{aligned}
 (NN) \quad x = yz \quad \text{con} \quad A_{p\pi} \xrightarrow{\pi} y \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad A_{\pi q} \xrightarrow{\pi} z
 \end{aligned}$$

Inoltre queste due versioni hanno
 lunghezza $\leq n$ e quindi portano

M che per α e β ha un
primo voto.

$\Rightarrow$ M su α ha per α un
primo voto.

2) Per individuare su $\mathbb{R}$ per α di M .

- $\# \text{ per } \alpha = 0$ superficie che

$\alpha = \varepsilon$. la funzione ha la

regola $A_{pp} \rightarrow \varepsilon$.

- Passo induttivo: Sia vero per
 $\# p \Rightarrow w \leq k$ e $k \geq 1$

Suppongo Π su n passi che p
e q con pile vuote in $k+1$ passi.

Devo mostrare $A_{pq} \stackrel{\tau}{\Rightarrow} x$. Due casi:

(i) la pila è vuota all'inizio e
alla fine. (ii) si svuota un mezzo.

(i) Nella prima mossa Π fa posto
di $u \in \Gamma$ e nell'ultima por di u .

Sia a il carattere letto nella
prima mostra c b nell'ultima.
Sia π lo stato dopo la prima
mostra ed s quello prima
dell'ultima.

$$\Rightarrow (\pi, u) \in \delta(q, e, \epsilon) \\ (q, \epsilon) \in \delta(s, b, u)$$

Ma δ conviene $\Delta_{pq} \rightarrow e$ e $\Delta_{rs} b$

Sia $x = a y b$; inoltre M va da
 π ad s senza modificare le pile
ovvero M su y può passare da π
ad s con pile vuote.

Quanto passi da M su y ? $K+1-2$
 $= K-1$. Pertanto $A_{rs} \stackrel{*}{\Rightarrow} y$ e dunque

$A_{pq} \stackrel{*}{\Rightarrow} x$.

(vv) Sia π lo stato in cui le
pile su s sono vuote. Le computazione

da M obo p ed n e da n ed q
 ha el più K pos W . Sma $x = yz$
 dove y corrisponde a $p \rightarrow n$ e z
 e quella $n \rightarrow q$. Per l'ipotesi
 induttiva: $A_{pn} \stackrel{*}{\Rightarrow} y$ e $A_{nq} \stackrel{*}{\Rightarrow} z$
 $\Rightarrow A_{pq} \stackrel{*}{\Rightarrow} x$. ~~QED~~

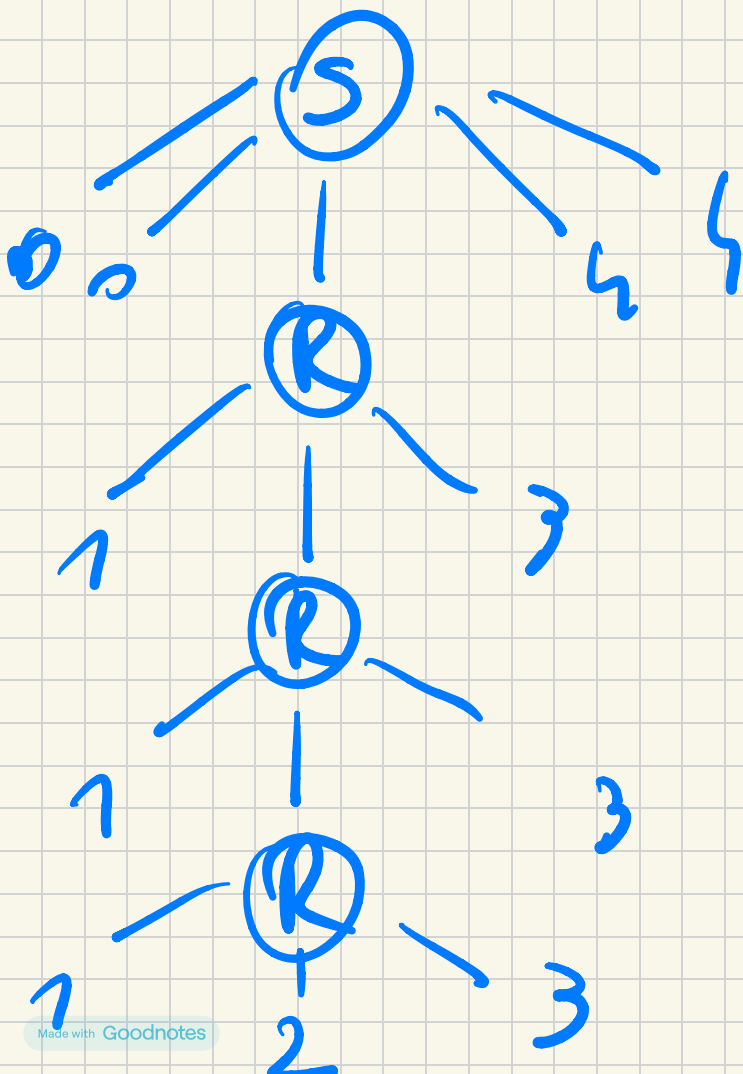
Ultimo argomento di AUTOMI: PUMPING
LEMMA per le CFG. Non tutti i
linguaggi sono ACCONFESSUALI.

L'importante è che siccome le CFG
generano stringhe di lunghezza arbitraria
ma $|V|$ è finita, ci saranno un
denumerabile lingue variabili che si
ripetono.

Ad es.: $L = 1001^n 23^m 44 : n \geq 0$

$S \rightarrow 00R44$

$R \rightarrow 1R312$



La variable R se
deve rrepre !

00 2 4 4
 u x z

00 1 2 3 4 4
 u v x y z

$\underbrace{00}_\mu$
 $\underbrace{111}_\nu$
 $\underbrace{2}_\kappa$
 $\underbrace{333}_\gamma$
 $\underbrace{44}_\varepsilon$

Overo $\mu \nu^\nu \kappa \gamma^\nu \varepsilon$ $\bar{e}$ nel linguaggio!
 $\forall \nu \geq 0$